

Vers la spécialité mathématiques

2^{nde}

Ces exercices portent sur le programme de Seconde. Ils sont proposés à tous les élèves qui ont choisi la spécialité Mathématiques en classe de Première. L'objectif est de vous aider à retrouver les automatismes indispensables pour aborder la rentrée dans les meilleures conditions. Une correction sera mise à votre disposition sur Eclat pendant la deuxième quinzaine d'août.

1 Développer, factoriser, équations et inéquations, fonctions.

▷ **Exercice 1.** Soit $A(x) = 3(5 + 6x)^2 - (8x - 1)(5 + 6x)$

1. Développer, réduire et ordonner $A(x)$.

2. Factoriser $A(x)$.

3. Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre dans $\mathbb{R}$:

i) $A(x) = 0$;

iii) $A(x) \geq 0$;

ii) $A(x) = 80$;

iv) $A(x) = 5 + 6x$.

▷ **Exercice 2.** Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 12x + 32$.

1. Déterminer :

i) l'image de -3 ;

ii) l'image de $\frac{3}{4}$;

iii) les antécédents de 32 .

2. a) Démontrer que pour tout réel x , $f(x) = -2(x - 3)^2 + 50$

b) En déduire une factorisation de $f(x)$.

c) Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

i) $f(x) = 0$;

ii) $f(x) = 50$;

iii) $f(x) \leq 0$.

▷ **Exercice 3.** Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{(x-1)(4-2x)}{x+3}$.

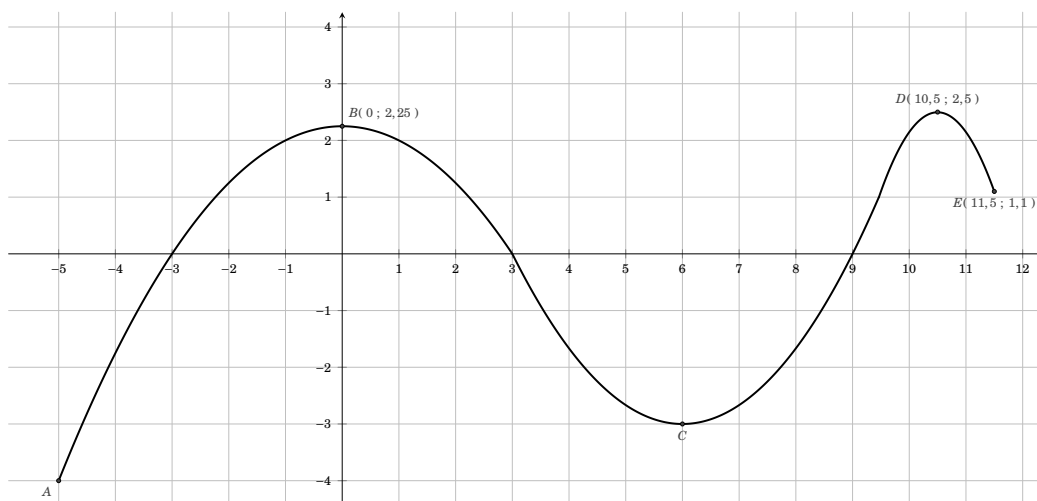
1. Quel est l'ensemble de définition de g ?

2. Calculer l'image de $\frac{4}{3}$ par g et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

3. Déterminer les antécédents de 0 par la fonction g .

4. Résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$ à l'aide d'un tableau de signes.

▷ **Exercice 4.** Soit h la fonction définie sur $[-5; 11,5]$ dont on donne la représentation graphique ci-dessous.



1. Avec la précision permise par le graphique, donner :

a) l'image de -3 ;

b) l'image de $10,5$;

c) $h(6)$;

d) les antécédents de -3 ;

e) les solutions de l'équation $h(x) = 0$;

f) les solutions de l'inéquation $h(x) \geq 2$.

2. Dresser le tableau de variations de h .

3. Dresser le tableau de signes de $h(x)$.

▷ **Exercice 5.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations ou inéquations suivantes. On pourra, pour les inéquations, s'aider d'un tableau de signes.

1. $(2x-3)(x^2-4)=0$

6. $3x^2+1=0$

10. $3(2-5x)^2+(5x-1)(5x-2)<0$

2. $4x^2-9-2(2x-3)=0$

7. $\frac{2-x}{x-2}=2$

11. $\frac{4}{x+2} \leq x+2$

3. $(2x+3)^2=36$

8. $\frac{x-3}{x+3} = \frac{x-1}{x-3}$

12. $\frac{4x}{x+1} \geq \frac{8x}{2x+5}$

4. $3x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

9. $(4x^2-25)(5-3x) \geq 0$

5. $3x^2-2\sqrt{3}x=0$

2 Vecteurs, plan repéré.

▷ **Exercice 6.** Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan, on considère les points $A(-4; 2)$, $B(-2; 4)$, $C(4; 4)$ et $D(1; -4)$. On appelle I , J , K et L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.

- Calculer les coordonnées des points I , J , K et L .
- Faire une figure.
- Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{IJ}$ et $\vec{LK}$. Que peut-on en déduire pour le quadrilatère $IJKL$?
- Calculer les longueurs IJ , IL et JL . Le quadrilatère $IJKL$ est-il un rectangle? Pourquoi?

▷ **Exercice 7.** Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. On considère les points $A(-1; 1)$, $B(3; 2)$, $C(-2; -3)$, $D(6; -1)$ et $E(5; 0)$.

- Calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$.
 - Montrer que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{CD}$ sont colinéaires.
 - Que peut-on en déduire sur la nature du quadrilatère $ABCD$?
- Montrer que les points E , B et D sont alignés.

▷ **Exercice 8.** Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère du plan. On considère les points $A(-4; 0)$, $B(3; -2)$ et $C(1; 5)$. On appelle I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$. (Dans tout l'exercice, on pourra s'aider d'une figure.)

- Déterminer les coordonnées des points I et J .
- Déterminer une équation réduite de la droite (CI) et une équation réduite de la droite (BJ) .
- Déterminer les coordonnées du point d'intersection G des droites (CI) et (BJ) . Quel nom donne-t-on à ce point?
- D est le point du plan défini par la relation : $\vec{AD} = \vec{AC} + \vec{AB}$.
- M est le point défini par la relation : $\vec{AM} = 4\vec{AG}$.
- Déterminer les coordonnées de D .
- Justifier que les points A , G et D sont alignés.
- Quelle est la nature du quadrilatère $ACDB$?
- Déterminer par le calcul les coordonnées de M .
- Expliquer pourquoi les points A , G , D et M sont alignés.

▷ **Exercice 9.** $ABCD$ est un parallélogramme. E et F sont les points définis par $\vec{AE} = 3\vec{AD}$ et $\vec{BF} = \frac{1}{2}\vec{AB}$.

- Faire une figure.
- Exprimer chaque vecteur $\vec{EC}$ et $\vec{EF}$ en fonction des vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.
- En déduire que les points E , C et F sont alignés.

▷ **Exercice 10.** Dans le plan muni d'un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-3; 2)$, $B(5; -2)$ et la droite $(d): 3x-2y-11=0$.

- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
- Les droites (AB) et (d) sont-elles parallèles? Si elles sont sécantes, déterminer les coordonnées de leur point d'intersection.

3 Pourcentages.

▷ **Exercice 11.** Au début du mois de juin 2023, une population d'insectes compte 2000 individus et elle augmente de 8% toutes les semaines.

1. Calculer le nombre d'insectes au début de la deuxième semaine de juin 2023.
2. Quel sera le nombre d'insectes après 5 semaines ?
3. Quel aura été le taux d'évolution, en pourcentage, de cette population en 7 semaines ?
4. Au bout de combien de semaines la population d'insectes aura été multipliée par 3 ? (on pourra s'aider de la calculatrice, d'un algorithme ...)

▷ **Exercice 12.** Le prix d'un produit a été augmenté successivement de 5%, de 10% puis a baissé de 3% en quelques semaines.

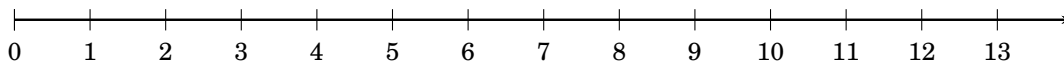
1. Quel est, en pourcentage, le taux d'évolution global de ce prix ?
2. Quel taux d'évolution en pourcentage faudrait-il appliquer pour retrouver le prix initial ?

4 Statistiques et probabilités.

▷ **Exercice 13.** On s'intéresse aux nombres d'exercices de révisions de mathématiques faits par des élèves de seconde pendant les vacances d'été. L'étude est résumée dans le tableau ci-dessous :

Nombre d'exercices	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Effectifs n_i	2	16	18	20	25	30	40	42	28	10	8	7	4
$n_i \nearrow$													

1. Compléter la ligne des effectifs cumulés croissants.
2. Déterminer la médiane, les 1^{er} et 3^{ème} quartiles de la série, la durée de vie moyenne $\bar{x}$, la variance V et l'écart type σ .
3. (FACULTATIF) Construire la box-plot (ou boîte à moustaches) de la série au dessus de l'axe gradué.
4. Quel pourcentage d'élèves a fait un nombre d'exercices se trouvant dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma ; \bar{x} + \sigma]$?



▷ **Exercice 14.** Lors d'une épidémie , 2% de la population d'un pays est atteint par un virus. On met en place un test biologique qui devrait être négatif si la personne n'est pas contaminée. On choisit une personne au hasard dans cette population.

On observe les résultats suivants :

- Quand une personne est contaminée par le virus, le test est positif dans 99% des cas.
- Quant une personne n'est pas contaminée par le virus, le test est négatif dans 97% des cas.

On considère les événements suivants :

A : « La personne est contaminée par le virus ».

P : « La personne a un test positif ».

La population est composée de 100 000 personnes.

	A	$\bar{A}$	Total
P			
$\bar{P}$			
Total	2000		100000

1. Compléter le tableau ci-dessus.

2. Calculer les probabilités $p(A)$, $p(P)$ et $p(\bar{P})$.

3. Décrire par une phrase l'événement $A \cap P$ et calculer sa probabilité.

4. Déterminer $p(A \cup P)$.

5. La personne choisie a un test positif. Quelle est la probabilité qu'elle ne soit pas atteinte par le virus ?

5 Arithmétique, racine carrée, valeur absolue

▷ **Exercice 15.** Avec la racine carrée.

1. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier naturel le plus petit possible :

$$\begin{aligned} & \bullet \sqrt{3^5 \times 5^2 \times 7^3 \times 13} & \bullet \sqrt{12936} & \bullet -3\sqrt{20} + 7\sqrt{5} - 2\sqrt{45} & \bullet \frac{\sqrt{30} \times \sqrt{32}}{\sqrt{6}} \end{aligned}$$

2. Écrire sans racine carrée au dénominateur :

$$\begin{aligned} & \bullet \frac{3}{2\sqrt{5}} & \bullet \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}} & \bullet \frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{5-\sqrt{3}} \end{aligned}$$

▷ **Exercice 16.** Avec la valeur absolue.

1. Écrire sans valeur absolue et si possible, sans racine carrée :

$$\begin{aligned} & \bullet |\pi - 3| & \bullet |\sqrt{10} - 3| & \bullet \sqrt{(-|-\sqrt{5}|)^2} \\ & \bullet \left| \frac{1}{10^n} - 10^n \right| \text{ avec } n \in \mathbb{N}. & \bullet \left| \sqrt{\frac{7}{8}} - \sqrt{\frac{8}{7}} \right| & \bullet \sqrt{(6 - \sqrt{37})^2} \end{aligned}$$

2. Compléter :

$$\begin{aligned} & \bullet x \in [2; 8] \iff |x - 5| \leq \dots & \bullet x \in]-9; 1[\iff |x - \dots| < \dots \\ & \bullet x \in]-4; 10[\iff |x - 3| < \dots & \bullet x \in [-2; 7] \iff |x - \dots| \leq \dots \\ & \bullet x \in [-1; 5] \iff |x - \dots| \leq \dots & \bullet x \in]-\infty; 5] \cup [13; +\infty[\iff \dots \end{aligned}$$

3. Résoudre les équations ou inéquations suivantes :

$$\begin{aligned} & \bullet |x - 2| = 5 & \bullet |x - 2| = |x - 6| & \bullet |x + 1| < 3 \\ & \bullet |x + 4| = 10 & \bullet |x - 3| \leq 5 & \bullet |x + 4| \geq |x - 8| \end{aligned}$$

▷ **Exercice 17.**

1. La décomposition de 2520 en produit de facteurs premiers est : $2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

- Par combien faut-il multiplier 2520 pour obtenir un carré parfait ?
- Par combien faut-il multiplier 2520 pour obtenir un cube parfait ?
- Simplifier $\sqrt{2520}$.

2. Mêmes questions avec 4158.